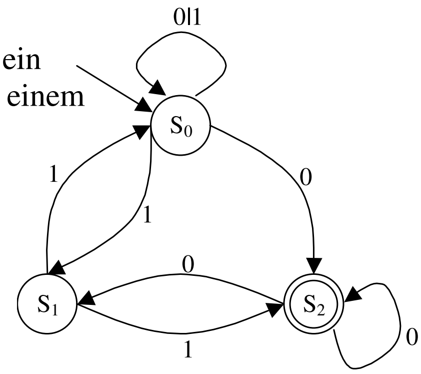
NICHTDETERMINISTISCHE AUTOMATEN



Definition: Ein nichtdeterministischer endlicher Automat (NFA) ist ein endlicher Automat, bei dem es Zustände gibt, welche zu einem Eingabezeichen verschiedene Möglichkeiten des Zustandübergangs erlauben.

Beispiel: Der rechts abgebildete Automat A mit Startzustand S_0 akzeptiert die Eingabe 111000 auf unterschiedliche Möglichkeiten. Welche? Die Eingabe 101 wird nicht akzeptiert. Warum?

Da bei einem NFA schwer zu erkennen ist, welche Eingaben er akzeptiert, wäre es schön, wenn man einen äquivalenten deterministischen Automaten (DFA) entwickeln könnte (DFA sind die Automaten, die wir bis jetzt immer hatten). Genau das ist immer möglich!

Satz: Zu jedem nichtdeterministischen endlichen Automaten A (mit *n* Zuständen) gibt es einen deterministischen endlichen Automaten A' mit maximal 2^n Zuständen.

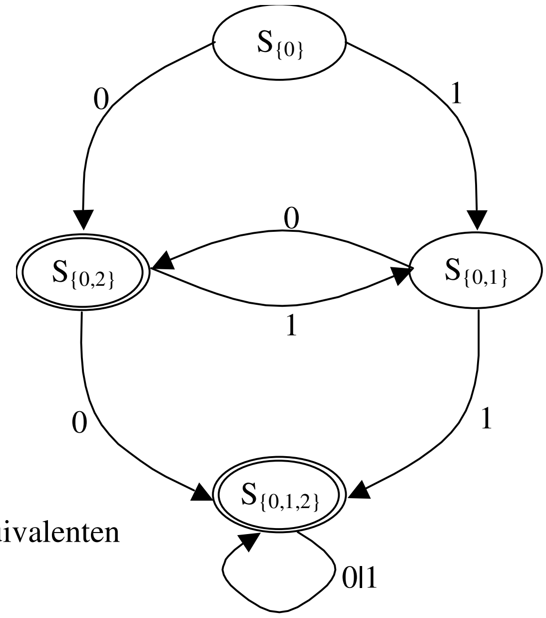
Der Beweis ist äußerst umfangreich, wenn er allgemein geführt werden soll. Deshalb begnügen wir uns mit dem obigen Beispiel, welches auf jeden anderen Automaten übertragbar ist. Der Startzustand ist S_0.

- Der Automat A' bekommt den Startzustand $S_{\{0\}}$
  - Schau nach, welche Zustände vom Startzustand mit der Eingabe „0" aus erreichbar sind. Dies sind S_0 und S_2. Füge für den neuen Automaten einen neuen Zustand $S_{\{0,2\}}$ ein.
  - Schau nach, welche Zustände vom Startzustand mit der Eingabe „1" aus erreichbar sind. Dies sind S_0 und S_1. Füge für den neuen Automaten einen neuen Zustand $S_{\{0,1\}}$ ein.
  - protokolliere deine Zustände in Form einer Tabelle (siehe rechte Seite)
- Der Automat wurde um die Zustände $S_{\{0,2\}}$ und $S_{\{0,1\}}$ erweitert. Arbeite nun diese nacheinander ab:
  - Zuerst den Zustand $S_{\{0,2\}}$:
    - Schau nach, welche Zustände vom Zustand $S_{\{0,2\}}$, d. h. von Zustand S_0 oder S_2 mit der Eingabe „0" aus erreichbar sind. Dies sind S_0 und S_1 und S_2. Füge für den Automaten A' einen neuen Zustand $S_{\{0,1,2\}}$ ein.
    - Schau nach, welche Zustände vom Zustand $S_{\{0,2\}}$, d. h. von Zustand S_0 oder S_2 mit der Eingabe „1" aus erreichbar sind. Dies sind S_0 und S_1. Den Zustand $S_{\{0,1\}}$ gibt es allerdings schon.
    - Erweitere die Tabelle um die eben genannten Zustandsübergänge.
  - Jetzt den Zustand $S_{\{0,1\}}$:
    - Schau nach, welche Zustände vom Zustand $S_{\{0,1\}}$, d. h. von Zustand S_0 oder S_1 mit der Eingabe „0" aus erreichbar sind. Dies sind S_0 und S_2. Den Zustand $S_{\{0,2\}}$ gibt es allerdings schon.
    - Schau nach, welche Zustände vom Zustand $S_{\{0,1\}}$, d. h. von Zustand S_0 oder S_1 mit der Eingabe „1" aus erreichbar sind. Dies sind S_0 und S_1 und S_2. Diesen Zustand gibt es auch schon.
    - Trage beide Zustandsübergänge in die Tabelle ein.
- Der Automat wurde nur noch um Zustand $S_{\{0,1,2\}}$ erweitert. Arbeite diesen auch noch ab.

- Schau nach, welche Zustände vom Zustand $S_{\{0,1,2\}}$, d. h. von Zustand S_0 oder S_1 oder S_2 mit der Eingabe „0“ aus erreichbar sind. Dies sind alle Zustände, also $S_{\{0,1,2\}}$.
- Schau nach, welche Zustände vom Zustand $S_{\{0,1,2\}}$, d. h. von Zustand S_0 oder S_1 oder S_2 mit der Eingabe „1“ aus erreichbar sind. Dies sind auch alle Zustände, also $S_{\{0,1,2\}}$.

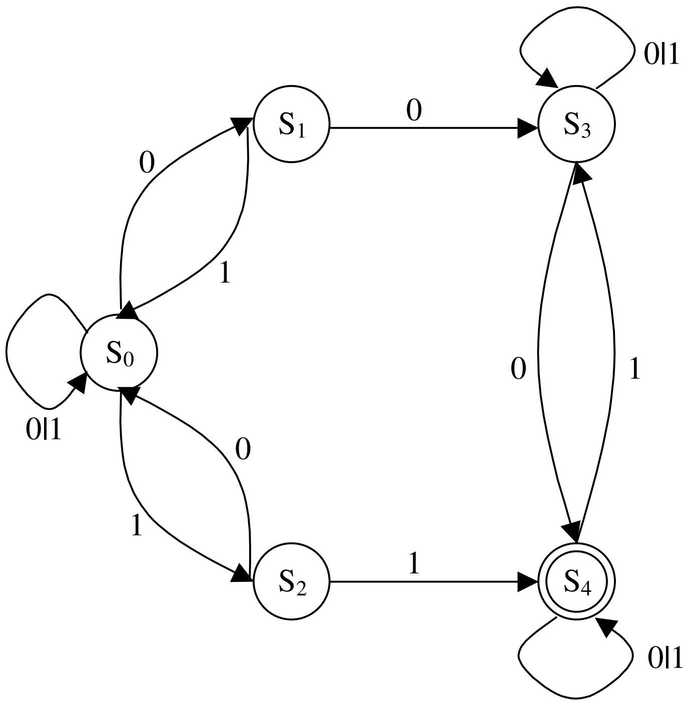
- Da S_2 Endzustand war werden $S_{[0,2\}}$ und $S_{\{0,1,2\}}$ auch Endzustand, d. h. Alle Zustände, die mit Zustand S_2 kombiniert wurden.

Eingabezeichen:	0	1
$S_{\{0\}}$	$S_{\{0,2\}}$	$S_{\{0,1\}}$
$S_{\{0,2\}}$	$S_{\{0,1,2\}}$	$S_{\{0,1\}}$
$S_{\{0,1\}}$	$S_{\{0,2\}}$	$S_{\{0,1,2\}}$
$S_{\{0,1,2\}}$	$S_{\{0,1,2\}}$	$S_{\{0,1,2\}}$



Ist das Verfahren abgeschlossen, so erhält man die folgende Zustandsüberführungstabelle bzw. den daneben dargestellten endlichen Automaten A’.

Aufgabe 1: Überführe nun den folgenden NFA in einen äquivalenten DFA.



Aufgabe 2: Finde mindestens 5 Eingabeworte, welche von dem Automaten aus Aufgabe 1 nicht akzeptiert werden.

Aufgabe 3: Denke dir selbst einen NFA mit mindestens 4 Zuständen und dem Eingabealphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ aus. Überführe ihn anschließend in einen äquivalenten DFA.